



Mens agitat molem

**Zakład Teorii Fazy Skondensowanej UMCS**  
**Condensed Matter Theory Department**

ul. Radziszewskiego 10  
20 031 Lublin, POLAND

<http://kft.umcs.lublin.pl/ztf> fax: (+48 (0)81) 537 61 90

---

**Prof. dr hab. Karol Izydor Wysokiński** tel.(081)5376236 e.mail: [karol@tytan.umcs.lublin.pl](mailto:karol@tytan.umcs.lublin.pl)

---

Lublin 7 lipca - 24 sierpnia 2020 r.

Recenzja

rozprawy doktorskiej **mgr Konrada Patuchy** pt. „Przemiany fazowe ultrachłodnych bozonów w obecności pól cechowania”

Recenzowana rozprawa została wykonana w Instytucie Niskich Temperatur i Badań Strukturalnych PAN we Wrocławiu pod kierunkiem dr hab. Tomasza Zaleskiego. Praca liczy 106 stron tekstu i składa się z 8 rozdziałów, 3 dodatków oraz spisu literatury obejmującego 108 pozycji bibliograficznych. Wstęp i rozdziały 2-4 stanowią wprowadzenie do pracy. Główne oryginalne wyniki badań Autora zostały opisane w rozdziałach 5, 6 i 7 natomiast rozdział 8 zawiera podsumowanie pracy i parę zdań na temat możliwych kierunków dalszych badań. W dodatkach zamieszczono szczegóły techniczne niektórych obliczeń. Ze Wstępu dowiadujemy się, że doktorant jest współautorem 7 publikacji naukowych, w tym 2 opublikowanych w prestiżowym czasopiśmie Phys. Rev B i jednej w Phys. Rev. A. Pozostałe cztery prace zamieszczono w Acta Physica Polonica A. Promotor prof. Tomasz Zaleski i pani dr Barbara Grygiel są współautorami wszystkich publikacji. W dwu z nich pan mgr Patucha jest pierwszym autorem, co łamie kolejność alfabetyczną widoczną w pozostałych publikacjach. Według autora cztery publikacje wiążą się bezpośrednio z rozprawą doktorską. Według mojego rozeznania wszystkie publikacje są tematycznie związane z tematyką pracy, ale pewnie jakieś inne względy zadecydowały, że wynikiem zawartym w kilku z nich nie poświęcono w rozprawie więcej uwagi.

Mgr Konrad Patucha z niejasnych dla mnie powodów nie zamieszcza publikacji, których jest współautorem w spisie literatury i też nie cytuje ich nigdzie w tekście. Tak dzieje się mimo tego, że podobne (lub identyczne) są obliczenia i wyniki zamieszczone w pracy doktorskiej i publikacjach. Uważam takie postępowanie za wysoce niewłaściwe. W skrajnej sytuacji np. publikacji doktoratu, podlegałoby ono pod kategorię autoplagerii. Nie zmienia tego faktu

stwierdzenie zamieszczone we Wstępie (str. 13) mówiące, że „pogrubioną czcionką” zaznaczono publikacje związane z rozprawą. Stwierdzenie takie nie spełnia wymogu właściwego cytowania źródeł. Oczekuję wyjaśnienia motywów takiego postępowania podczas publicznej obrony.

Obszerny II rozdział pracy zatytułowany „Silnie skorelowane ultrachłodne atomy w obecności pól cechowania” wprowadza czytelnika w szeroko rozumianą tematykę badawczą zimnych atomów. Mgr Patucha przypomina podstawowe pojęcia związane z przemianami fazowymi, szkicuje teorię Ginzburga-Landaua, mówi o kondensacji Bose-Einsteina oraz o kwantowych przemianach fazowych. W nietypowy, ale poprawny sposób wprowadza pola cechowania i symetrię cechowania. Przypomnienie kwantowego zjawiska Halla jest okazją do wprowadzenia pojęcia topologii stanów oraz fazy i krzywizny Berry’ego. Ostatnie fragmenty tego rozdziału zaznajamiają czytelnika z zagadnieniami doświadczalnymi w badaniach ultrazimnych atomów. Są to techniki chłodzenia, pułapkowania oraz metody wytwarzania sieci optycznych i pól cechowania. Te ostatnie w literaturze przedmiotu zwykle nazywa się syntetycznymi polami cechowania. Wysoko oceniam ten fragment pracy. Wymagał on od Autora dobrego zapoznania się z szeregiem ważnych pojęć i zagadnień pośrednio i bezpośrednio związanych z tematyką rozprawy. O wadze tego rozdziału dla pracy może świadczyć fakt, że zacytowano w nim ponad połowę wszystkich pozycji literaturowych.

Badane w rozprawie doktorskiej Hamiltoniany opisujące swobodne i oddziałujące bozony zostały opisane w 3 rozdziale pracy. Tutaj też podano szczegóły związane z wprowadzeniem do opisu zimnych atomów pól cechowania za pomocą tzw. podstawienia Peierlsa. Opisane modele teoretyczne to model Harpera z jego widmem zależnym od relacji pomiędzy długością magnetyczną i stałą sieci oraz model Haldane posiadający właściwości topologiczne. Autor przedstawił też, często stosowany do opisu oddziałujących atomów w sieciach optycznych, bozonowy model Hubbarda oraz jego przybliżone rozwiązanie w ramach teorii zaburzeń. Przedstawione w tym rozdziale i w dodatku A obliczenia oraz uzyskane diagramy fazowe i wartości krytyczne potencjału chemicznego i całki przeskoku, dobrze ilustrują podstawowe cechy rozwiązań. Diagram fazowy posiada obszary, w których układ jest izolatorem Motta lub kondensatem bozonowym. Stan izolatora oznacza zamrożenie atomów w węzłach sieci optycznej poprzez silne oddziaływania. Poza tymi obszarami gaz oddziałujących bozonów staje się nadciekły.

Rachunek zaburzeń ma wiele zalet; w szczególności pozwala w pewnych sytuacjach uzyskać dobry wgląd w fizykę problemu. Tak jest wtedy, gdy w badanym modelu istnieje ma-

ły parametr. W praktyce często brak jest małego parametru i należy korzystać z bardziej zaawansowanych metod teoretycznych. W zimnych atomach brak jest takiego parametru w interesującej sytuacji, gdy energia kinetyczna jest porównywalna z energią potencjalną układu.

Ze względu na możliwość kontroli w zasadzie wszystkich parametrów układu zimnych atomów w sieciach optycznych, są one często wykorzystywane jako symulatory kwantowe ciał stałych. W szczególności udało się doświadczalnie zrealizować szereg modeli opisujących elektrony w ciałach stałych. W tych ostatnich zmiana parametrów jest bądź niemożliwa, bądź bardzo trudna i zwykle wymaga wyhodowania nowej próbki. Autor postawił sobie za główny cel „zbadanie wpływu pól cechowania na przejście fazowe i transport poprzeczny silnie oddziałujących bozonów”. Cele szczegółowe pracy, omówione w jej czwartym rozdziale pojawią się i zostaną opisane poniżej. Tu wspomnę, że pole magnetyczne, oddziaływania i efekty topologiczne oraz ich wzajemne współistnienie, to główne problemy interesujące Autora. Wprawdzie topologiczne właściwości stanów kwantowych cząstek przejawiają się już przy braku oddziaływań, ale współistnienie oddziaływań i topologicznych stanów jest bardzo interesującym i aktualnym zagadnieniem zarówno w badaniach zimnych gazów jak i materii skondensowanej.

Metoda badawcza zastosowana w pracy to metoda kwantowych rotatorów. Metoda ta była we Wrocławiu z powodzeniem wcześniej stosowana przez prof. Tadeusza Kopcia i jego współpracowników, w tym m.in. promotora opiniowanej pracy doktorskiej. W rozdziale 5 oraz dodatku B pracy doktorskiej przedstawiono metodę kwantowych rotatorów w zastosowaniu do bozonowego modelu Hubbarda. Wyprowadzenie wzorów na parametr porządku bozonów opisanych modelem Hubbarda zostało wykonane metodą całek po trajektoriach dla czasu urojonego i wymagało złożonych obliczeń i dokonania szeregu przybliżeń. Najważniejsze kroki wyprowadzenia to linearyzacja oddziaływania z wykorzystaniem transformacji Hubbarda – Stratonovicha i zamiana operatorów na pola zespolone. Pominięto fluktuacje amplitud tych pól, skupiając się na fluktuacjach fazy, która odgrywa kluczową rolę w przemianie stan normalny – stan nadciekły. Obliczenia z pominięciem fluktuacji amplitud wymagają dalszych przybliżeń, a kluczowym jest przybliżenie sferyczne zamieniające ścisły warunek na unitarną wartość kwadratu modułu fazy na warunek unitarności średniej wartości kwadratu modułu oraz dalej zaniedbanie możliwych fluktuacji tzw. liczb nawojowych  $n$  (parametru opisującego zmianę fazy ( $o 2\pi n$ ) pól periodycznych na odcinku  $[0, 1/T]$ , gdzie  $T$  jest temperaturą w jednostkach naturalnych. Uzyskana suma statystyczna ma charakter gaussowski i pozwala na względnie proste znalezienie przybliżonych wzorów na energię swobodną oraz pa-

rametr porządku układu i ewentualnie inne funkcje korelacyjne, które są dokładniej badane w rozdziale 7 rozprawy, o czym jeszcze będzie mowa.

Zwieńczeniem rozdziału 5 jest obliczenie diagramów fazowych i wartości krytycznych całki przeskoku oraz potencjału chemicznego dla jedno- dwu i trójwymiarowego modelu Hubbarda. Okazuje się, że model kwantowych rotatorów nie do końca poprawnie opisuje diagramy fazowe, jak pokazuje porównanie z teorią zaburzeń. Pozwala on jednak uwzględnić wymiarowość i geometrię sieci oraz wpływ oddziaływań na właściwości badanych układów. Ważne jest też, że teoria przewiduje istnienie przemian fazowych w pełnej zgodności z twierdzeniem Mermina-Wagnera. Wydaje się, że dokładniejsze porównanie metody stosowanej w pracy z innymi metodami obliczeniowymi fizyki teoretycznej, pokazanie jej zalet i wad to zagadnienie wymagające dalszej analizy. Jestem zainteresowany opinią pana Pituchy na ten temat. Niech publiczna obrona będzie okazją do przedstawienia poglądów Autora na ten temat.

Struktura i wymiarowość sieci optycznej wchodzi do odpowiednich wzorów poprzez widmo energetyczne, w tym gęstość stanów układu nieoddziałującego. Fakt ten jest w ciekawy sposób wykorzystany w kolejnym 6 rozdziale pracy zatytułowanym „Przejście fazowe w modelu Harpera-Bosego-Hubbarda”. Tytułowy model to dyskutowany wcześniej bozonowy model Hubbarda z uwzględnieniem syntetycznego pola magnetycznego. W praktyce oznacza to pomnożenie całek przeskoku w części kinetycznej wcześniej omawianego modelu przez czynniki fazowe związane z polami cechowania. Taka zamiana prowadzi do złożonego widma bozonów w postaci tzw. motyla Hofstadtera o fraktalnym charakterze. Zamiast obliczać gęstość stanów układu w syntetycznym polu magnetycznym, pan Patucha postanowił zbadać jak pewne cechy gęstości stanów uwidaczniają się na diagramie fazowym i co sprzyja pojawieniu się fazy nadciekłej i odwrotnie. Proste obliczenia i przekonujące argumenty fizyczne pozwalają stwierdzić, że bardzo wąskie najniższe pasmo ogranicza obszar występowania fazy nadciekłej. Pasma to zwykle jest w wysokim stopniu zdegenerowane, co nie sprzyja kondensacji bozonów. Podobnie większa wartość gęstości stanów na dnie pasma powoduje wzrost krytycznej wartości całki przeskoku. Stwierdza on także i przekonująco uzasadnia, że bardzo dobry opis diagramu fazowego bozonowego modelu Harpera-Hubbarda można uzyskać bez konieczności diagonalizacji Hamiltonianu dla każdej wartości pola magnetycznego korzystając z odpowiednio zasymulowanej gęstości stanów.

Kolejny rozdział pracy z oryginalnymi wynikami poświęcony jest zjawiskom transportu w gazach, a dokładniej obliczeniom zmiennoprądowego współczynnika Halla. Autor opisuje najpierw obliczenia analityczne w ramach teorii liniowej reakcji, a następnie przed-

stawia uzyskane wyniki numeryczne dla stała i zmiennoprądowego przewodnictwa Halla. Aby w układzie obojętnych elektrycznie atomów o statystyce bozonowej można było mówić o przewodnictwie należy najpierw wytworzyć syntetyczne pole elektryczne. Pozwala na to zależny od czasu potencjał wektorowy. Wyprowadzony w ramach modelu kwantowych rotatorów wzór na przewodnictwo Halla jest analogiem wzoru znanego z prac Thoulessa i współpracowników i wyprowadzonego przed laty dla zjawiska Halla w sieciowych dwuwymiarowych układach elektronowych. W wersji słusznej dla bozonów funkcje Fermiego zamieniają się na funkcje Bose-Einsteina, a przewodność Halla dla zerowej częstości określona jest całką z krzywizny Berry'ego. Wzór oryginalnie został wyprowadzony w publikacji „Hall effect for interacting bosons in a lattice”, K. Patucha, B. Grygiel, T. A. Zaleski, Phys. Rev. **B 97**, 214522 (2018).

Konkretne obliczenia dotyczą stała- i zmiennoprądowego (czyli zależnego od częstości) przewodnictwa Halla w modelu Haldane'a, który jak wspomniano wcześniej charakteryzuje się topologicznie nietrywialnymi stanami dla pewnych wartości parametrów. Niestety wyniki dla układów topologicznie trywialnych i nietrywialnych różnią się bardzo nieznacznie. W moim odczuciu jest to ważna obserwacja. Chciałoby się, aby wynik ten został dokładniej przedyskutowany i skonfrontowany z innymi metodami obliczeniowymi. Czy możliwe jest ogólne stwierdzenie, że stan nadciekły nie zależy od topologii układu i zawsze jest topologicznie trywialny?

Dwa inne szczegółowe wyniki tego rozdziału uważam za bardzo istotne. Jest to niemonotoniczna zależność przewodności Halla od wartości całki przeskoku oraz pojawiające się nieco na marginesie głównej dyskusji stwierdzenie, że warunkiem koniecznym dla uzyskania niezerowej przewodności Halla jest istnienie wielu pasm i międzypasmowe procesy rozproszeniowe. Wynik ten, bardzo naturalny w ramach zastosowanego formalizmu, koresponduje z rezultatem badań zjawiska Kerra (też mierzącego współczynnik Halla) w fazie łamiącej symetrię odwrócenia w czasie w nadprzewodniku  $\text{Sr}_2\text{RuO}_4$  (PRL **108**, 077004).

Nie mam większych zastrzeżeń do edytorskiej i językowej strony pracy. Napisana jest logicznie, bardzo dobrą polszczyzną, a literówki są bardzo rzadkie. Niektórych czytelników mogą razić takie pojęcia jak: „koncept” (m.in. str.15, 22, ...) „frakcja” (str. 18), „reżim” (str. 38). Zauważyłem brak opisu dolnego panelu na rys. 7.6, niewłaściwy odnośnik w tekście tuż przed wzorem (6.6): jest odnośnik do Rys. (6.8b) zamiast do (6.1b) i parę innych drobnych błędów, m.in. wydaje się, że we wzorze (6.8) wskaźnik sumowania  $b$  i parametr  $l$  w mianowniku to ta sama wielkość. Wspomnę tylko o jednej literówce, ale za to ważnej bo pojawiła się

ona w tytule rozdziału 7, gdzie zamiast „w obecności” jest „w obecność”. Jednak, jak już to stwierdziłem wcześniej, liczba tego typu usterek w pracy pana mgr. Konrada Patuchy jest znacznie mniejsza niż w innych recenzowanych przeze mnie pracach doktorskich.

Przygotowując rozprawę doktorską Autor opanował szereg trudnych metod fizyki teoretycznej. Zaznajomił się z techniką całek po trajektoriach, bozonowym modelem Hubbarda, modelami Harpera i Haldana i z szeregiem prac poświęconych aspektom doświadczalnemu i teoretycznym układów zimnych atomów w sieciach optycznych. Ze swobodą omawia prace teoretyczne innych autorów, analizując rozważane w rozprawie modele za pomocą różnorodnych metod fizyki teoretycznej. Główne oryginalne wyniki rozprawy uzyskano metodą kwantowych rotatorów. W większości są one już opublikowane we wspomnianych na początku publikacjach zamieszczonych w recenzowanych, renomowanych czasopismach o zasięgu międzynarodowym. Uzyskane wyniki liczbowe przedstawione na wykresach i w postaci tabel wymagały dość złożonych obliczeń numerycznych.

**Reasumując stwierdzam, że recenzowana rozprawa doktorska spełnia wymagania ustawowe i zwyczajowe stawiane takim pracom. Wnoszę o dopuszczenie pana mgr. Konrada Patuchę do dalszych etapów przewodu doktorskiego.**

Handwritten signature in blue ink, likely of the reviewer, reading "M. G. Pokorski".