

Wrocław, 24.08.2020

Prof. dr hab. Marcin Mierzejewski  
Katedra Fizyki Teoretycznej  
Wydział Podstawowych Problemów Techniki  
Politechnika Wrocławska

**Recenzja rozprawy doktorskiej**  
**Pana mgr. inż. Konrada Patuchy**  
***pt. Przemiany fazowe ultrachłodnych bozonów w obecności pól cechowania***

Rozprawa doktorska Pana mgr. inż. Konrada Patuchy poświęcona jest teoretycznej analizie układów oddziałujących bozonów w obecności pól cechowania. Uzyskane wyniki mogą być w przyszłości przedmiotem doświadczeń z wykorzystaniem ultrazimnych gazów. Jednak przede wszystkim praca wnosi istotny wkład w zrozumienie własności oddziałujących, naładowanych bozonów w obecności silnych pól magnetycznych. Rozprawa została przygotowana w Instytucie Niskich Temperatur i Badań Strukturalnych PAN we Wrocławiu pod opieką dr. hab. Tomasza Zaleskiego. Wyniki badań prezentowane w rozprawie zostały opublikowane w latach 2016-2019 w czterech publikacjach, z których dwie ukazały się w *Physical Review A* oraz *Physical Review B* a dwie kolejne w *Acta Physica Polonica A*. Pan mgr inż. Konrad Patucha jest pierwszym autorem trzech z ww. publikacji. Ponadto, ma on w swoim dorobku również trzy inne prace, z których jedna została opublikowana w *Physical Review A*. Wszystkie prace, także te, których wyniki nie zostały włączone do rozprawy doktorskiej, dotyczą własności silnie oddziałujących bozonów w sieciach optycznych.

Zanim przejdę do szczegółowego omówienia treści rozprawy oraz uzyskanych wyników naukowych chciałbym podkreślić, że podjęta w rozprawie tematyka badawcza jest w mojej ocenie niezwykle trudna i wymagająca. Analiza znaczenia pól cechowania w układach opisywanych modelami ciasnego wiązania nie jest prostym zagadnieniem nawet wówczas, gdy zaniedbamy oddziaływania wielociałowe. Jeszcze większym wyzwaniem jest uzyskanie wiarygodnych wyników teoretycznych dla silnie oddziałujących cząstek kwantowych propagujących w kwazi-dwuwymiarowych sieciach, nawet wtedy gdy pola cechowania nie zostaną wprowadzone. Połączenie obu tych problemów jest więc wyzwaniem szczególnym. Rozprawa doktorska mgr. inż. Konrada Patuchy pokazuje, że w przypadku oddziałujących bozonów trudności te można pokonać stosując przybliżenie kwantowych rotatorów. Ponadto, większość wyników uzyskanych w rozprawie to wyrażenia analityczne, które można stosować bez konieczności przeprowadzania

złożonych obliczeń numerycznych. Wyniki takie są bardzo cenne, gdyż pozwalają na dogłębne zrozumienie istotnych mechanizmów fizycznych, lecz niestety uzyskiwane są niezwykle rzadko.

Dwa najważniejsze wyniki zaprezentowane w rozprawie dotyczą diagramu fazowego dla modelu Bosego-Hubbarda w obecności pól cechowania oraz przewodności poprzecznej w układzie oddziałujących bozonów na sieci Haldane'a. Uzyskanie obu wyników wymagało wykonania złożonych obliczeń analitycznych w ramach formalizmu całek po trajektoriach. W mojej ocenie szczególnie drugi z ww. problemów wymagał od Autora zdobycia zaawansowanej wiedzy i umiejętności stosowania tego niełatwego formalizmu. Te złożone obliczenia analityczne zostały zaprezentowane w sposób precyzyjny lecz również, co wymaga szczególnego podkreślenia, przystępnie i intuicyjnie wytłumaczone zostały istotne mechanizmy fizyczne. Z tego powodu rozprawa doktorska Pana Patuchy ma dość nietypową strukturę. Pierwszy rozdział zatytułowany „Wstęp” nie jest typowym wstępem lecz przede wszystkim opisem struktury rozprawy. Kolejne dwa rozdziały zawierają wprowadzenia dotyczące utrachłodnych atomów oraz analizowanych modeli sieciowych. W oparciu o te informacje, dopiero w rozdziale czwartym w sposób precyzyjny sformułowany został cel pracy. Rozdział piąty to opis formalizmu matematycznego, po którym w rozdziałach szóstym i siódmym omówione zostały oryginalne wyniki uzyskane przez Autora.

Drugi rozdział rozprawy zawiera dość szeroki tematycznie i jednocześnie bardzo przystępny opis zagadnień związanych z prowadzonymi badaniami. W szczególności zaprezentowane zostały podstawowe informacje dotyczące teorii Landaua przejść fazowych, kondensacji Bosego-Einsteina, efektu Halla, utrachłodnych atomów oraz sieci optycznych. Omówiona została także lokalna symetria  $U(1)$  oraz metody symulowania pól cechowania w sieciach optycznych. Z obowiązku recenzenta wymienię kilka dostrzeżonych problemów:

- i) symbol „ $N$ ” w równaniu (2.3) nie został wyjaśniony - pojawia się on ponownie na kolejnej stronie w równaniu (2.9) lecz już w innym znaczeniu;
- ii) wprowadzając kwantowy łańcuch Isinga jako najprostszy model, w którym można badać kwantowe przejścia fazowe, warto jest podać parametry modelu, przy których to przejście zachodzi;
- iii) zważywszy na charakter tego rozdziału, warto było wyjaśnić pochodzenie akronimu „TKNN” powyżej wzoru (2.27).

Kolejny, trzeci rozdział zawiera omówienie modeli mikroskopowych używanych w rozprawie. Szczegółowo przedstawiono gaz sieciowy w obecności pola magnetycznego (model Harpera) oraz model Haldane'a. W mojej ocenie szczególnie ciekawe są podrozdziały dotyczące inżynierii Floquet oraz opis zastosowania tej techniki do symulacji obu ww. modeli. Rozdział trzeci kończy opis modelu Bose-Hubbarda, dla którego diagram fazowy został wyznaczony przy założeniu, że kinetyczna część Hamiltonianu może być traktowana jako zaburzenie. Trafnie też wskazano powód, dla którego takie podejście nie jest optymalnym sposobem badania układów w obecności pól cechowania. Poniżej wymienię drobne niedociągnięcia, jakie dostrzegłem w tym rozdziale:

- i) omawiając diagram faz topologicznych Autor wprowadza parametr  $\nu$ , który moim zdaniem powinien zostać jawnie zdefiniowany w tekście lub przynajmniej poprzez odpowiedni odnośnik do literatury;
- ii) stałą  $\mathcal{N}$  we wzorze (3.90) nazwano nieco niezręcznie stałą „normalizacyjną” podczas gdy wielkość ta może przyjmować wartość równą zero;
- iii) akronimy „SF” oraz „MI” używane na diagramie fazowym 3.8 oraz w dalszych częściach rozprawy nie zostały wyjaśnione, choć przyznaję, że ich znaczenie można łatwo odgadnąć.

W krótkim czwartym rozdziale czwartym sprecyzowany został cel pracy i nie wymaga on szerszego omówienia. Kolejny, piąty rozdział zawiera bardzo precyzyjne omówienie modelu Bosego-Hubbarda w przybliżeniu kwantowych rotatorów. Chociaż rozdział ten prezentuje formalizm, który został opublikowany wcześniej np. w pracach Prof. Tadeusza Kopcia, dr. hab. Tomasza Zeleskiego czy dr. hab. inż. Tomasza Polaka, to jego prezentacja w rozprawie Pana Patuchy jest wyjątkowo przejrzysta i całościowa. Szczególnie ciekawy jest podrozdział 5.4 zawierający wyprowadzenie korelatora fazowego, podrozdział 5.5, w którym równanie stanu uzyskano w bardzo elegancki sposób poprzez wprowadzenie zewnętrznego pola, oraz podrozdział 5.6, w którym omówiona została zależność diagramu fazowego od geometrii sieci. Podejście kwantowych rotatorów zawiera w sobie szereg przybliżeń, które zostały bardzo trafnie podsumowane w paragrafie poniżej Tabeli 5.1. Warto też podkreślić, że pomimo zastosowania tych przybliżeń, otrzymane wyniki są w pełni zgodne z twierdzeniem Mernina-Wagnera, a przekonać się o tym można wykonując stosunkowo prostą analizę równania stanu zaprezentowaną w rozprawie. Dostrzegłem jedynie dwa drobne problemy dotyczące tego rozdziału:

- i) Warto byłoby w kilku zdaniach uzasadnić wybór zewnętrznego pola „h”, które zostało wprowadzone w równaniu (5.39). Pole to nie sprzęga się z oryginalnym polem bozonowym, więc jego interpretacja nie musi być dla czytelnika oczywista.
- ii) W końcowej części podrozdziału 5.6, Autor stwierdza, że w modelu kwantowych rotatorów wartości krytyczne całki przeskoju są zawyżone w porównaniu z numerycznymi wynikami uzyskanymi z kwantowego Monte Carlo - warto byłoby podać nieco więcej szczegółów dotyczących różnicy w wynikach uzyskanych z obu podejść.

Rozdział szósty prezentuje oryginalne wyniki Autora dotyczące własności modelu Bosego-Hubbarda w obecności pól cechowania. Autor rozwiązuje ten złożony problem wielociałowy wykorzystując dwie własności badanego modelu. W pierwszej kolejności zauważa, że w przybliżeniu kwantowych rotatorów, wyraz kinetyczny Hamiltonianu wpływa na równanie stanu jedynie poprzez jednocząstkową gęstość stanów. Wyznaczenie tej gęstości stanów wciąż pozostaje złożonym problemem. Okazuje się jednak, że istotne znaczenie ma jedynie niskoenergetyczna część gęstości stanów, co w bardzo przekonujący sposób zaprezentowano na rysunku 6.3. Dzięki tej własności diagram fazowy można precyzyjnie odtworzyć używając stosunkowo prostego modelowania gęstości stanów bez wykonywania jakichkolwiek złożonych obliczeń numerycznych, typowych dla układów silnie oddziałujących cząstek kwantowych. Uzyskane wyniki

zaprezentowano na rysunku 6.7. Rozdział ten jest bardzo dobrze napisany, a używane przybliżenia są poparte przekonującymi wynikami numerycznymi oraz dobrze dobranymi argumentami fizycznymi. Dostrzegłem jedynie kilka drobnych usterek technicznych:

- i) We wzorze (6.5) powinien pojawić się symbol alternatywy, a nie koniunkcji.
- ii) Poniżej tego wzoru znajduje się odnośnik do niewłaściwego rysunku 6.8 zamiast 6.1.
- iii) We wzorze (6.8) najprawdopodobniej mylnie oznaczono indeks sumowania.
- iv) W moim odczuciu prezentując wyprowadzenia wzorów Autor zbyt rzadko odwołuje się do numeracji wcześniejszych wzorów co utrudnia śledzenie toku myślowego. Na przykład wzór (6.1) wynika ze wzoru (3.96), lecz nie zostało to jawnie wskazane w rozprawie.
- v) Wykresy oraz znaczna część obliczeń analitycznych zawiera całkę przeskoku „ $t$ ”. Jednak począwszy od wzoru (6.8) pojawia się symbol „ $J$ ”, który nie został wyjaśniony. Zakładam, że chodzi o wielkość zdefiniowaną w tekście bezpośrednio pod równaniem (5.18), lecz nie jest to jednoznacznie określone.

Siódmy rozdział rozprawy poświęcony jest analizie przewodności Halla w kwazi-dwuwymiarowym modelu Haldane’a-Bosego-Hubbarda. Moim zdaniem jest to najciekawsza, lecz jednocześnie technicznie najtrudniejsza część recenzowanej rozprawy, przy czym większość szczegółów technicznych została zaprezentowana w dodatku C. Wyprowadzone w tym rozdziale wyrażenie na statyczną przewodność Halla ma analogiczną strukturę jak dla nieoddziałujących elektronów, przy czym należy wprowadzić modyfikacje uwzględniające energię oraz strukturę kwazicząstek. Jednym z ciekawszych wyników jest niemonotoniczna zależność przewodnictwa Halla od wartości całki przeskoku, która została wytłumaczona w prosty i przekonujący sposób. Zidentyfikowano także wzbudzenia elementarne, które są widoczne w przewodnictwie optycznym. Wzbudzenia te odpowiadają kreacji par cząstka-dziura oraz transferowi kwazicząstek pomiędzy pasmami. Pokazano także, że zależność przewodności Halla od częstości odzwierciedla topologiczne własności struktury pasmowej bozonów. Jedyne uchybienie, jakie dostrzegłem w tym rozdziale, dotyczy jednego z pierwszych zdań, w którym Autor sugeruje, że aby utrzymać układ w stanie nierównowagowym należy go odizolować od otoczenia. Nie jest to do końca precyzyjne sformułowanie, gdyż układy makroskopowe podlegają termalizacji nawet wówczas, gdy są odizolowane.

Rozprawę kończy krótkie, lecz zgrabnie skonstruowane podsumowanie, w którym wymienione zostały najważniejsze rezultaty oraz związane z nimi mechanizmy fizyczne. Rozprawa doktorska Pana mgr. inż. Konrada Patuchy została napisana w sposób staranny i przejrzysty, i czyta się ją z dużą przyjemnością. Nie dostrzegłem zbyt wielu innych usterek technicznych, poza tymi wymienionymi we wcześniejszych częściach recenzji. Uważam, że rozprawa spełnia z nadmiarem wszystkie wymagania stawiane pracom doktorskim i wnioskuję o dopuszczenie jej Autora do dalszych etapów przewodu doktorskiego. W mojej ocenie rozprawa spełnia wszystkie warunki określone w art 13. ustawy z dnia 14.03.2003 r. o stopniach naukowych i tytule naukowym oraz o stopniach i tytule w zakresie sztuki oraz wynikające z rozporządzenia Ministra Nauki i Szkolnictwa

Wyższego z dnia 30.01.2018 r. w sprawie szczegółowego trybu przeprowadzenia czynności w przewodzie doktorskim, postępowaniu habilitacyjnym oraz w postępowaniu o nadanie tytułu profesora.

Ponadto uważam, że recenzowana rozprawa zawiera bardzo wartościową, wszechstronną i dogłębną analizę złożonego problemu dotyczącego kwantowych układów z silnymi oddziaływaniami wielociałowymi. W odróżnieniu od większości prac poświęconych tego typu układom, które są oparte przede wszystkim na obliczeniach numerycznych, rezultaty prezentowane w rozprawie Pana mgr. inż. Konrada Patuchy zostały uzyskane na drodze obliczeń analitycznych. Złożone obliczenia zaprezentowane są w sposób precyzyjny i są uzupełnione komentarzami, które w sposób przejrzysty i intuicyjny tłumaczą sens fizyczny badanych zjawisk. W mojej ocenie, uzyskanie wiarygodnych wyników analitycznych dla układów silnie oddziałujących cząstek kwantowych zasługuje na podkreślenie. Z tego powodu wnioskuję do Rady Naukowej Instytutu Niskich Temperatur i Badań Strukturalnych PAN we Wrocławiu o **wyróżnienie rozprawy** doktorskiej Pana mgr. inż. Konrada Patuchy.

A handwritten signature in blue ink, reading "Dorota Młynska". The signature is written in a cursive, flowing style.